

סטטיסטיקה סטטוטר ראשון

פרק 32 - התפלגות בדים מיוחדות - התפלגות בינומית

תוכן העניינים

1. כללי

התפלגיות בדידות מיוחדות – התפלגותBINOMIAL:

רקע:

נגיד את המושג ניסוי ברנולי:
 ניסוי ברנולי הנה ניסוי שיש לו שתי תוצאות אפשריות: "הצלחה" ו"כישלון".
 למשל מוצר פגום או תיקין, אדם עובד או מובטל, עץ או פלי בהטלה מטבח וכדומה.
 בהתפלגותBINOMIAL חוזרים על אותו ניסוי ברנולי n פעמים באופן בלתי תלוי זה בזה.
 מגדירים את X להיות מספר ההצלחות שהתקבלו בסך הכל. נסמן ב- P את הסיכוי
 להצלחה בניסוי בודד, וב- Q את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.
 אז נגיד ש: $X \sim B(n, p)$.

פונקציית ההסתברות של X :

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{כאשר: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1; \quad 0! = 1$$

לבודל: $\binom{n}{k}$ ניתן לחשב באמצעות המחשבון.

$$\text{תוחלת: } E(X) = np$$

$$\text{שונות: } V(X) = npq$$

שימוש לב, כדי לזהות שמדובר בהתפלגותBINOMIAL צריכה להיות כל התנאים הבאים:

- 1) חוזרים על אותו ניסוי ברנולי באופן בלתי תלוי זה בזה.
- 2) חוזרים על הניסוי n פעמים.
- 3) X – מוגדר כמספר ההצלחות המתקבלות בסך הכל.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במדינה מסוימת ל- 80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.
 נבחרו 10 תושבים אקרים מהמדינה.

- א. מה ההסתברות שבודוק ל- 9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ב. מה ההסתברות של לפחות 9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר התושבים שנבדקו
 ושיש להם רישיון נהיגה?

שאלות:

1) במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלה. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגדיר את X למספר המובטלים שהתקבלו במדגם.

א. מהי ההתפלגות של X ?

ב. מה ההסתברות שהיא בדיקן מובטל אחד?

ג. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?

ד. מה ההסתברות שלושה יעבדו במדגם?

ה. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?

ו. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?

2) על פי נתוני משרד התקשורת ל-70% מהאוכלוסייה יש סמארטפון. נבחרו 10 אנשים באקראי. נגדיר את X כמספר האנשים שנדרגו עם סמארטפון.

א. מהי ההתפלגות של X ? הסבירו.

ב. מה ההסתברות שבמדגם ל-8 אנשים יש סמארט-פון?

ג. מה ההסתברות שבמדגם לפחות ל-9 יהיו סמארט-פון?

ד. מה תוחלת ומה סטיית התקן של מספר האנשים שנדרגו ולהם סמארט-פון?

3) בבית הימורים יש שורה של 6 מכונות מזל מאותו סוג. משחק במכונית מזל כזו עולה 5 ₪. ההסתברות לזכות ב-20 ₪ בכל אחת מהמכונות היא 0.1 וההסתברות להפסיד את ההשקה היא 0.9 בכל מכונה. מהמර נכנס לבית ההימורים ומכניס 5 ₪ לכל אחת מ-6 המכונות.

א. מה ההסתברות שיפסיד בכל המכונות?

ב. מה ההסתברות שיזכה בדיקן בשתי מכונות?

ג. מה ההסתברות שיזכה ביותר בסך מה-30 ₪ שהשקייע?

ד. מהו התוחלת וסטיית התקן של הרוחות נטו של המהמר (הזכויות בניכוי ההשקה)?

4) במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו :

פָּרוֹפּוֹרְצִיה	השכלה	נַמּוֹכָה	תֵּיכָנוֹנִית	תּוֹאָר I	תּוֹאָר II וּמְעֻלָּה
0.1		0.2	0.6	0.1	

נבחרו 20 אנשים אקראים מעל גיל 30.

א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמיים?

ב. מה תוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

תשובות סופיות:

.0.59049 ג. .0.32805 ב. $X \sim B(n=5, p=0.1)$ א. (1)

.0.45 ה. 0.40954 ד. 0.0729

.1.449 ג. 0.1493 ב. 0.2335 (2) ד. תוחלת: 7, סטיית תקן: 1.449

.0.1143 ג. 0.0984 ב. 0.5314 (3) א. 0.1143

ד. תוחלת: 18, סטיית תקן: 14.697

ב. 2. א. 0.1789 (4)